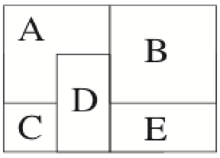
1st ONLINE WORLD MATH CONTEST – 28 août 2021

DEBUT TOUTES CATEGORIES

1. DANS L'ORDRE (coefficient 1)
Cinq carrés repérés par les lettres A, B, C, D et E, tous de la même taille que le carré B, ont été posés sur le rectangle dans un certain ordre.

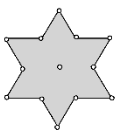


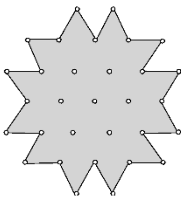
Quelle est la lettre repérant le carré qui a été posé en troisième ?

2. L'ESCALIER (coefficient 2)
Ethan se trouve en bas d'un escalier de quatre marches.
En un mouvement, soit il monte une marche soit il monte deux marches d'un coup.
De combien de façons différentes Ethan peut-il aller en haut de l'escalier, sachant qu'il pose toujours son pied gauche en premier ?

3. B.A.-BA (coefficient 3)
Une lettre représente toujours le même chiffre différent de 0.
Le nombre qui s'écrit AB est égal à la somme des quatre chiffres du nombre qui s'écrit BABA.
Quel est le nombre AB ?

4. LES ETOILES ET LE VIRUS (coef. 4)
Mathilde dispose d'étoiles identiques à celle représentée à gauche. En collant plusieurs de ces étoiles, certaines pouvant se recouvrir en partie, elle réalise l'affreux virus représenté à droite.





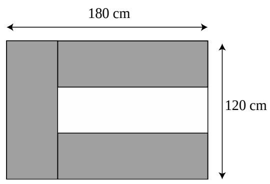
Combien a-t-elle utilisé d'étoiles, au minimum ?
Tous les petits triangles disposés entre les points blancs sont identiques.

5. LES JETONS (coefficient 5)
Au *Casino Royale*, une machine, lorsqu'on introduit des jetons, redonne d'autres jetons. Elle donne soit 2 jetons rouges pour un jeton bleu inséré, soit 3 jetons bleus pour un jeton rouge inséré.
Au début, James a 6 jetons rouges mais il n'a aucun jeton bleu.
Il insère successivement 10 jetons.
À la fin, James a 20 jetons au total, dont au moins un de chaque couleur.
Combien de jetons bleus a-t-il à la fin ?

FIN CATEGORIE A

6. LE CAR SCOLAIRE (coefficient 6)
Un car scolaire peut contenir au plus trente passagers.
Au départ de son itinéraire, il contient autant de filles que de garçons.
Au premier arrêt, la moitié des filles descendent et un garçon monte. Au deuxième arrêt, un cinquième des passagers descendent, puis le chauffeur redémarre.
Combien de passagers le car contient-il après ce redémarrage ?
Note: le chauffeur du car n'est jamais compté.

7. LE DRAPEAU (coefficient 7)
Le nouveau drapeau d'un pays a la forme d'un grand rectangle de dimensions 120 et 180 cm. Il est divisé en quatre petits rectangles (trois gris et un blanc) tous de même aire.



Quelle est, en centimètres, la longueur du petit rectangle blanc sur le dessin ?

8. DU NOIR, MAIS PAS TROP (coef. 8)
On veut construire un grand cube avec 27 petits cubes de même taille.
12 petits cubes sont noirs et 15 petits cubes sont blancs. Il doit y avoir un petit carré noir, correspondant à une face d'un petit cube noir, au centre de chaque face du grand cube.
En comptant les petits carrés noirs sur chaque face du grand cube, on doit obtenir les nombres de 1 à 6.
Et, comme pour un dé à jouer, la somme des nombres obtenus sur deux faces opposées doit être égale à 7.
Combien comptera-t-on de petits cubes noirs aux huit sommets du grand cube ?

FIN CATEGORIE B

Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

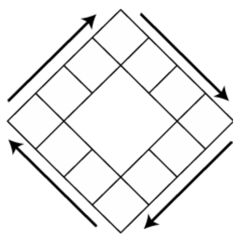
9. LES PPCM (coefficient 9)
Nos deux compères veulent répartir un assortiment de 35 chocolats. Patricia a décomposé 35 en 16 + 8 + 5 + 4 + 2.
Le plus petit commun multiple (PPCM) des cinq nombres est 80.
Patrick, lui, veut décomposer 35 en la somme de cinq nombres positifs, toujours non nuls et distincts deux à deux, de sorte que leur PPCM soit le plus petit possible.
Quel sera ce PPCM ?

10. 2021, EN SOMME (coefficient 10)
2021 est la somme de sept nombres entiers positifs distincts deux à deux dont chaque chiffre ne peut être que 3 ou 5.
Au total, combien comptera-t-on de chiffres 3 dans ces sept nombres ?

11. LES TRIOS (coefficient 11)
On écrit les nombres entiers non nuls dans l'ordre et sans laisser d'espace:
123456789101112131415…
Puis on découpe la suite ainsi obtenue en trios de chiffres:
(123)(456)(789)(101)(112)(131)(415)...
Enfin on s'arrête dès que le trio (101) vient d'être écrit pour la cinquième fois.
Combien de fois le trio (131) a-t-il été écrit auparavant ?

FIN CATEGORIE C

12. CARRÉ DE CUBES (coefficient 12)
Ecrivez un chiffre dans chaque case vide du pourtour de ce carré de telle sorte que chaque nombre de quatre chiffres, lu dans le sens de la flèche qui lui correspond, soit le cube d'un nombre entier positif, le premier chiffre de chaque nombre n'étant jamais un 0.



Quel est le plus petit de ces quatre cubes, ou l'un des plus petits, si deux ou plusieurs sont égaux ?

13. L'AQUARIUM (coefficient 13)
Un aquarium destiné au transport de petits poissons rouges a la forme d'un parallélépipède rectangle. Il contient 6 litres d'eau et il est parfaitement étanche (1 litre = 1000 cm^3).
Si l'aquarium est posé horizontalement sur une certaine face, le niveau de l'eau se trouve 3 centimètres au-dessous de la face opposée. S'il est posé horizontalement sur une autre face, le niveau de l'eau se trouve 4 centimètres au-dessous de la face opposée. S'il est posé horizontalement sur encore une autre face, le niveau de l'eau se trouve 5 centimètres au-dessous de la face opposée.
Quel est, en centimètres cubes, le volume de l'aquarium ?
On donnera la réponse arrondie au centimètre cube le plus proche.

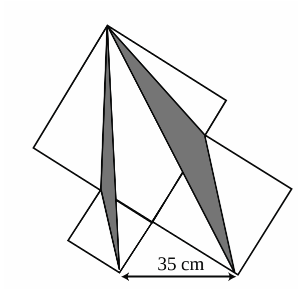
14. LES SAUTERELLES (coefficient 14)
Des nombres entiers positifs non nuls, pas nécessairement distincts deux à deux, sont écrits sur les cases d'un échiquier 8 × 8 (un nombre par case). Au début, cinq sauterelles se trouvent sur cinq cases différentes et en cachent les nombres.
Gabriel calcule la somme de tous les nombres visibles et il obtient 100.
De façon simultanée, chaque sauterelle saute sur une case adjacente (elle traverse un côté partagé par deux cases).
Gabriel calcule la somme de tous les nombres visibles et il obtient 1000.
Et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne puisse plus obtenir une somme dix fois plus grande que la précédente (lorsque Gabriel calcule une somme, deux sauterelles ne se trouvent jamais sur la même case).
Le total des soixante-quatre nombres écrits sur l'échiquier est divisible par 35 et il est le plus grand possible.
Quel est ce total ?

FIN CATEGORIE D

15. LES AIGUILLES (coefficient 15)

Une peinture cubiste représente une partie du cadran d'une horloge suisse.

Les trois carrés sont adjacents et ils partagent un sommet.



La distance entre les extrémités des deux aiguilles est 35 centimètres.

Quelle est l'aire de la surface grise sur le dessin?

Note : on donnera la réponse arrondie au millimètre carré le plus proche.

16. UNE RUE, SOMME TOUTE (coef. 16)

Dans cette rue, toutes les maisons sont numérotées sans interruption de 1 à 1000.

Alice habite au n° 6. La somme des nombres de 1 à 5 est égale à celle des nombres de 7 à 8, soit 15.

Ensuite, Bob habite au n° 35. La somme des nombres de 1 à 34 est égale à celle des nombres de 36 à 49, soit 595.

Enfin, Cédric habite au n° N, différent des numéros d'Alice et de Bob.

La somme des nombres de 1 à (N−1) est égale à celle des nombres de (N+1) à un certain nombre strictement supérieur à (N+1).

Quel est la valeur de N?

FIN CATEGORIES E, F

17. LES BÉGAIEMENTS (coefficient 17)

Fibo joue avec une série dont le premier terme est 1 et dont le deuxième terme est 1, puis dans laquelle chaque terme est la somme des deux termes qui le précèdent:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

Il part du premier terme, le multiplie par 10 et ajoute le deuxième, multiplie le résultat par 10 et ajoute le troisième, et ainsi de suite.

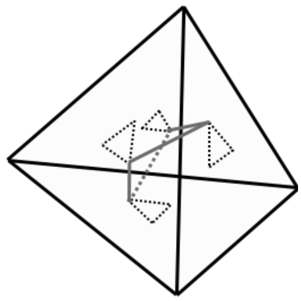
Fibo obtient ainsi 1, 11, 112, 1123, 11235, 112358, 1123593 (= 112358 x 10 + 13), ...

Au bout d'un moment, il obtient des blocs de chiffres qui se répètent à la suite les uns des autres jusqu'à l'infini.

Combien de chiffres ces blocs comptent-ils, au minimum ?

18. LA MOUCHE DU COCHE (coef. 18)

Lorsqu'une mouche est rentrée à l'intérieur d'une lanterne de diligence, elle finit par parcourir un chemin composé de quatre segments droits de même longueur.



La lanterne est un tétraèdre régulier de côté 30 centimètres.

Si l'on trace au centre de chaque face un petit triangle équilatéral d'une certaine taille, toujours la même, dont les côtés sont parallèles à des arêtes du tétraèdre, le chemin rebondit sur cette face en un sommet de ce triangle.

Le chemin est le plus court possible.

Quelle est, en millimètres arrondis au plus près, sa longueur?

Si des racines carrées interviennent, on effectuera les calculs en prenant 1,414 pour √2, 1,732 pour √3 et 2,236 pour √5.

FIN CATEGORIE G