Série : 4-ème E &G

Fonction Ln -Statistique

EXERCICE N° 1

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ *par* $f(x) = ax^2 + bx - 4\ln(x)$ *où* a *et* b *sont deux réels. On désigne par* $\mathscr{C}_f$ *la courbe représentative de* f *dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$. $\mathscr{C}_f$ *admet au point* $A(1\,;\frac{1}{2})$ *une droite* T *tangente de coefficient directeur* -3.

1) *Donner* $f(1)$ *et* $f'(1)$.

2) *Calculer et exprimer* $f'(x)$ *en fonction de* a *et* b.

3) *Justifier que* a *et* b *sont solutions du système* $\begin{cases} a+b=\frac{1}{2} \\ 2a+b=1 \end{cases}$.

4) *Déterminer* a *et* b.

5) *On admet que* $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4\ln(x)$.

a) *Calculer* $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. *Interpréter graphiquement le résultat.*

b) *Calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. *Interpréter graphiquement les résultats.*

c) *Calculer* $f'(x)$ *pour tout* $x \in]0;+\infty[$.

d) *dresser le tableau de variation de f .*

6) a) *Compléter le tableau de valeurs*

On arrondira les résultats à 10^{-1} *près.*

x	0.25	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$f(x)$									

b) *Tracer* T *et* $\mathscr{C}_f$.

c) *Montrer graphiquement l'équation* $f(x) = 0$ *admet exactement deux solutions. On note* α *et* β *les deux solutions tel que* $\alpha < \beta$.

7) a) *Soit g la fonction définie sur* $]0;+\infty[$ *par* $g(x) = x\ln(x) - x$. *Calculer* $g'(x)$.

b) *Soit* F *la primitive de* f *sur* $]0;+\infty[$ *qui s'annule en* e. *Déterminer* $F(x)$.

c) *Dresser le tableau de variation de* F.

EXERCICE N°2 :

Le prix du gramme d'or a subi de 2010 à 2015 de fortes variations alors que la progression entre 2005 et 2009 avait été relativement régulière.

Un expert estime que l'on peut prévoir le prix du gramme d'or dans le futur en se basant sur l'évolution de celui-ci entre 2005 et 2009.

Le tableau suivant donne l'évolution du prix moyen annuel du gramme d'or entre 2005 et 2009.

Année	2005	2006	2007	2008	2009
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4
Prix moyen annuel y_i du gramme d'or (en euro)	11,61	15,38	16,18	19,24	22,33

Source : INSEE

Le nuage de points associé à la série statistique (x_i, y_i) *est représenté dans l'*<u>*annexe ci-dessous*</u>

1)a) donner $\overline{X}, \overline{Y}, V(X), V(Y), cov(X,Y)$ et $r(X,Y)$

b) l'ajustement affine est- il justifier ?

c) donner les coordonnées du point moyen G .

d) À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite qui réalise un ajustement affine de Y en X du nuage de points par la méthode des moindres carrés, en <u>arrondissant les coefficients au centième.</u>

2) Pour simplifier les calculs, on choisit de réaliser cet ajustement affine avec

la droite D d'équation : $y = 2,5x + 11,9$ passant par G.

a) Tracer cette droite D dans l'<u>annexe.</u>

b)Suivant ce modèle d'ajustement, calculer le prix du gramme d'or prévisible en 2015.

Indiquer sur le graphique la vérification de ce résultat.

c) Déterminer l'année à partir de laquelle le prix du gramme d'or dépassera 50 euros selon ce modèle.

3) Un autre expert propose un ajustement défini par l'équation $y = 0,01x^2 + 2,3x + 11$.

Sachant que le prix moyen annuel du gramme d'or en 2015 a été de 33,81 euros, lequel des deux ajustements a été le plus proche de la réalité en 2015?.